



Sóller, 29 d'abril de 2007

# Euler i Sóller



*Atlas Geographicus* editat per l'Acadèmia de Ciències de Berlín amb prefaci d'Euler (1753)

# Euler i Sóller



Detall de la plana 11

# La persona

# Com era Euler? Superdotat

- Memòria extraordinària
- Gran capacitat de concentració
- Calculista formidable: calculava “com els homes respiren, com les àguiles s'aguanten en l'aire”

$A = 1,000000;$	$IA = 0,000000$
$B = 10,000000;$	$IB = 1,000000;$
$C = 3,162277;$	$IC = 0,500000;$
$D = 5,623413;$	$ID = 0,750000;$
$E = 4,216964;$	$IE = 0,625000;$
$F = 4,869674;$	$IF = 0,687500;$
$G = 5,232991;$	$IG = 0,718750;$
$H = 5,048065;$	$IH = 0,703125;$
$I = 4,958069;$	$II = 0,695312;$
$K = 5,002865;$	$IK = 0,699218;$
$L = 4,980416;$	$IL = 0,697265;$
$M = 4,991627;$	$IM = 0,698242;$
$N = 4,997142;$	$IN = 0,698730;$
$O = 5,000052;$	$IO = 0,698974;$
$P = 4,998647;$	$IP = 0,698852;$
$Q = 4,999350;$	$IQ = 0,698913;$
$R = 4,999701;$	$IR = 0,698944;$
$S = 4,999876;$	$IS = 0,698959;$
$T = 4,999963;$	$IT = 0,698966;$
$V = 5,000008;$	$IV = 0,698970;$
$W = 4,999984;$	$IW = 0,698968;$
$X = 4,999997;$	$IX = 0,698969;$
$Y = 5,000003;$	$IY = 0,698970;$
$Z = 5,000000;$	$IZ = 0,698970;$

Taula d'aproximacions de  
logaritmes d'Euler

## Com era Euler? Matemàtic professional

- Fill i nét de pastors protestants, anava també per a pastor, però acabà de matemàtic
- No guanyà una plaça a la Universitat de Basilea
- Professor a les Acadèmies de Ciències de Sant Petersburg i Berlín
- Dedicació a la ciència a temps complet
- Una vida poc emocionant, malgrat l'època històrica



Acadèmia de Ciències de Sant Petersburg

# Com era Euler? Senzill

- Molt religiós, li venia de família
- Molt humil, “fruïa dels plaers senzills com ara conrear vegetals o contar històries als nins”
- Frederic de Prússia el menyspreava per pagesot



Vista de Riehen, amb ca'ls Euler a l'esquerra

## Com era Euler? Cec

- L'any 1738 perdé la vista de l'ull dret: "Així tindré menys distraccions"



Euler, l'any 1737



## Com era Euler? Cec

- L'any 1738 perdé la vista de l'ull dret: **“Així tindré menys distraccions”**



Euler, l'any 1753

## Com era Euler? Cec

- L'any 1738 perdé la vista de l'ull dret: "Així tindré menys distraccions"
- L'any 1771 tornà cec gairebé del tot, però continuà treballant intensament fins a la mort l'any 1783 gràcies a la seva memòria formidable i l'ajut d'assistents



Euler, l'any 1778

# El matemàtic

## Quantitat ...

Euler escriví 'oficialment' 866 treballs científics, més correspondència, més unes 3000 pàgines de manuscrits matemàtics no publicats

Es publicaren articles seus fins 1862

període	escrits
1725-34	35
1735-44	85
1745-54	154
1755-64	112
1765-74	146
1775-83	278
desconegut	49

(G. Eneström, *Die Schriften Eulers chronologisch nach den Jahren geordnet, in denen sie verfasst worden sind* (1913))

## 105 objectes relacionats amb Euler al *MathWorld*

*Cramer-Euler Paradox, Chapple-Euler Inequality, Descartes-Euler Formula, Euler's  $6n+1$  Theorem, Euler's Addition Theorem, Euler Angles, Euler Approximation, Euler Backward Method, Euler-Bernoulli Triangle, Euler Brick, Euler Chain, Euler Characteristic, Euler's Circle, Euler's Conjecture, Euler's Constant, Euler's Continued Fraction, Euler's Criterion, Euler Curvature Formula, Euler-Darboux Equation, Euler Differential Equation, Euler's Dilogarithm, Euler's Displacement Theorem, Euler's Distribution Theorem, Euler Equation, Euler's Equations of Inviscid Motion, Euler's Factorization Method, Euler Formula, Euler Forward Method, Euler Four-Square Identity, Euler-Gergonne-Soddy Circle, Euler-Gergonne-Soddy Triangle, Euler's Graeco-Roman Squares Conjecture, Euler Graph, Euler's Homogeneous Function Theorem, Euler's Hypergeometric Transformations, Euler Identity, Euler's Idoneal Number, Euler's Inequality, Euler Infinity Point, e, Euler Integral, Euler-Jacobi Pseudoprime, Euler L-Function, Euler-Lagrange Derivative, Euler-Lagrange Differential Equation, Euler Law, e-Prime, Euler-Lucas Pseudoprime, Euler's Machin-Like Formula, Euler-Maclaurin Integration Formulas, Euler-Maclaurin Sum Formula, Euler-Mascheroni Constant, Euler-Mascheroni Constant Approximations, Euler-Mascheroni Integration Formula, Euler Measure, Euler's Method, Euler Number, Euler's Number Triangle, Euler Parameters, Euler Path, Euler's Pentagonal Number Theorem, Euler's Phi Function, Euler-Poincaré Characteristic, Euler Points, Euler-Poisson-Darboux Equation, Euler's Polygon Division Problem, Euler Polyhedral Formula, Euler Polynomial, Euler Polynomial Identity, Euler Power Conjecture, Euler Product, Euler Pseudoprime, Euler's Quadratic Residue Theorem, Euler Quartic Conjecture, Euler's Rotation Theorem, Euler's Rule, Euler's Series Transformation, Euler's Spiral, Euler Square, Euler Sum, Euler's Sum of Powers Conjecture, Euler System, Euler's Theorem, Euler Totient Function, Euler's Totient Rule, Euler's Totient Theorem, Euler Transform, Euler Triangle, Euler Triangle Formula, Euler's Triangle Theorem, Euler Walk, Euler-Zagier Sum, Euler Zigzag Number, Eulerian Circuit, Eulerian Cycle, Eulerian Graph, Eulerian Integral of the First Kind, Eulerian Integral of the Second Kind, Eulerian Number, Eulerian Trail, Eulerian Tour, Fermat-Euler Theorem*

## ...i impacte

I tot el que podria dur el nom d'Euler: funció Gamma, funció Beta, diagrames de Venn (**cercles d'Euler**), etc.

*“Hi ha molts precedents d'anomenar lleis i teoremes amb noms diferents dels dels seus descobridors, del contrari, mig anàlisi hauria de dur el nom d'Euler”  
(R. A. Raimi)*

A més introduí notacions actuals:  $f(x)$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $i$ ,  $e$ ,  $\Delta x$ ,  $\sum$ , ...

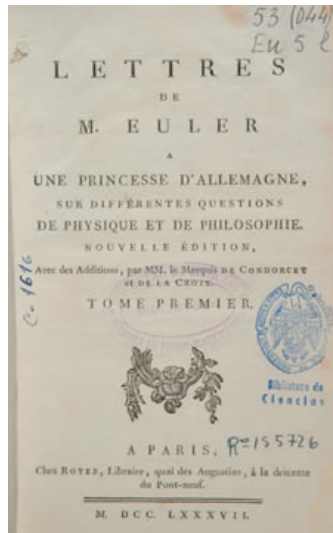
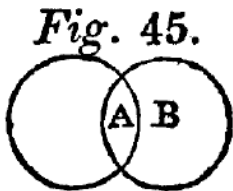
# Matemàtic pur i mixte

Treballà en:

- **Matemàtiques:** Teoria de nombres, teoria d'equacions, combinatòria, probabilitats, càlcul diferencial, sèries infinites. integració, integrals el·líptiques, equacions diferencials, càlcul de variacions, geometria
- **Física:** Física general, mecànica, òptica, acústica, mecànica de fluids
- **Astronomia:** Moviments del sol, la lluna, planetes i cometes, càlcul d'eclipses, càlcul de precessions, càlcul de marors
- **Ciències navals:** disseny de vaixells, moviment de vaixells, moviment de globus aerostàtics
- **Altres:** Filosofia, lògica, geografia, cartografia

# Divulgador de la ciència

Entre 1760 i 1763 escriví les **Cartes a una princesa alemanya sobre diversos temes de física i filosofia** (1768), arran d'unes classes de ciència elemental a la princesa d'Anhalt Dessau





# Descendència científica

Tot i que no dirigí cap tesi doctoral formalment, se li reconeixen alguns deixebles (Lagrange, Keller, Fuss, . . . ) a través dels quals li compten més de 40 000 descendents científics al *Mathematics Genealogy Project*

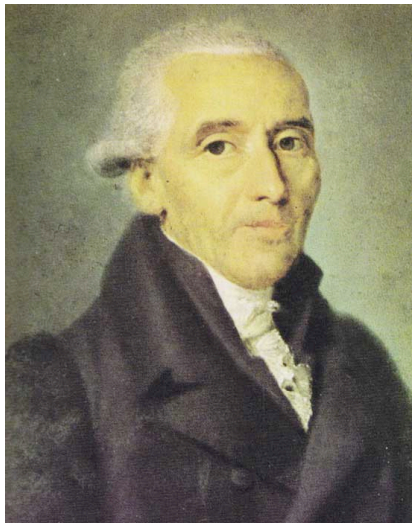
# Descendència científica

Tot i que no dirigí cap tesi doctoral formalment, se li reconeixen alguns deixebles (Lagrange, Keller, Fuss, . . . ) a través dels quals li compten més de 40 000 descendents científics al *Mathematics Genealogy Project*

En aquest arbre genealògic hi ha una branca que acaba entre nosaltres

# Descendència científica

Euler → Joseph Lagrange



# Descendència científica

Euler → Lagrange → **Simeon Poisson**



# Descendència científica

Euler → Lagrange → Poisson → Joseph Liouville



# Descendència científica

Euler → Lagrange → Poisson → Liouville → Eugene-Charles Catalan



# Descendència científica

Euler → Lagrange → Poisson → Liouville → Catalan → Charles  
Hermite



# Descendència científica

Euler → Lagrange → Poisson → Liouville → Catalan → Hermite  
→ **Henri Poincaré**





# Descendència científica

Euler→Lagrange→Poisson→Liouville→Catalan→Hermite  
→Poincaré→**Arnaud Denjoy**



# Descendència científica

Euler → Lagrange → Poisson → Liouville → Catalan → Hermite  
→ Poincaré → Denjoy → **Gustave Choquet**



# Descendència científica

Euler→Lagrange→Poisson→Liouville→Catalan→Hermite  
→Poincaré→Denjoy→Choquet→**Haïm Brézis**



# Descendència científica

Euler→Lagrange→Poisson→Liouville→Catalan→Hermite  
→Poincaré→Denjoy→Choquet→Brézis→**Jean Michel Morel**



# Descendència científica

Euler→Lagrange→Poisson→Liouville→Catalan→Hermite  
→Poincaré→Denjoy→Choquet→Brézis→Morel  
→**Antoni Buades, Manuel González, Ana Belén Petro,  
Catalina Sbert**



# Euler's Top Ten

MAA Online, febrer 2007

## Novè i desè llocs:

La invenció de la **funció Gamma**:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^z}{(z+1)(z+2) \cdots (z+n)}$$

Generalitza els factorials:  $\Gamma(n+1) = (n+1)\Gamma(n)$

# Novè i desè llocs:

El **teorema d'Euler-Fermat**:

*Per a tots  $a, n \in \mathbb{Z}$  coprimers,*

$$a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n},$$

*on*

$$\varphi(n) = |\{m \in \mathbb{N} \mid m \leq n, \gcd(m, n) = 1\}|$$



## Vuitè lloc:

La resolució del **problema de les particions**:

*De quantes maneres podem escriure el número 50  
com a suma de set nombres?*

(Ph. Naudé, 1740)

Euler dedicà al problema general diversos articles i capítols de llibres desenvolupant diferents mètodes per resoldre'l

# Setè lloc:

El teorema de la densitat dels primers:

$$\sum_{p \text{ primer}} \frac{1}{p} \text{ divergeix}$$

# Sisè lloc:

La **condició necessària d'Euler-Lagrange**:

*Si una funció  $y(x)$  és un màxim o un mínim de*

$$J = \int_a^b F(x, y, y') dx,$$

*aleshores*

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0$$

## Cinquè lloc:

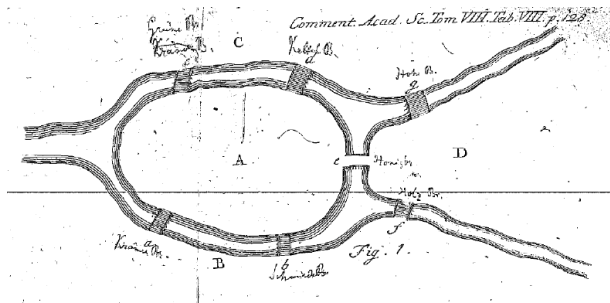
La fórmula del **producte d'Euler**: Per a tot  $n \geq 1$ ,

$$\prod_{p \text{ primer}} \frac{1}{1 - \frac{1}{p^n}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^n}$$

# Quart lloc:

Els dos problemes de grafos:

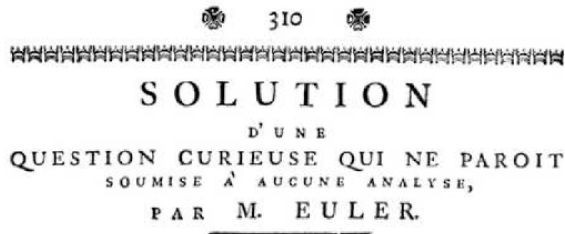
- El problema dels **ponts de Königsberg** (camí eulerià)



## Quart lloc:

Els dos problemes de grafs:

- El problema del **recorregut del cavall** (camí hamiltonià)



I.  
**J**e me trouvai un jour dans une compagnie, où, à l'occasion du jeu d'échecs quelqu'un proposâ cette question: *de parcourir avec un cavalier toutes les cases d'un échiquier, sans parvenir jamais deux fois à la même, & en commençant par une case donnée.* On mettoit pour cette fin des jettons sur toutes les 64 cases de l'échiquier, à l'exception

Tercer lloc:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

## Tercer lloc:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Però...

- Roger Cotes ja demostrà l'any 1712 la fórmula

$$i\theta = \ln(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

- La primera versió que en donà Euler (Carta a Goldbach, 1729) és

$$\frac{1}{2} \sqrt{\sqrt{-1} \cdot \ln(-1)} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

- L'any 1748 Euler en publicà finalment la versió

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$$



## Segon lloc:

La **fórmula dels políedres**: A tot políedre convex

$$\left( \begin{array}{c} \text{nombre} \\ \text{vèrtexs} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{nombre} \\ \text{arestes} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{nombre} \\ \text{cares} \end{array} \right) = 2$$

# PRIMER LLOC:

La solució del problema de Basilea:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

# Bonus track

La culminació del descobriment d'Amèrica:

# Bonus track

La **culminació del descobriment d'Amèrica:**

~1000 Colonització vikinga de Terranova

# Bonus track

La **culminació del descobriment d'Amèrica:**

- ~1000 Colonització vikinga de Terranova
- 1492 Cristòfol Colom arriba a Amèrica, però creu que són 'les Índies'

# Bonus track

La **culminació del descobriment d'Amèrica:**

- ~1000 Colonització vikinga de Terranova
- 1492 Cristòfol Colom arriba a Amèrica, però creu que són 'les Índies'
- 1520 Hernán Cortés s'adona que allò no és Índia, Japó o Xina

# Bonus track

La **culminació del descobriment d'Amèrica:**

- ~1000 Colonització vikinga de Terranova
- 1492 Cristòfol Colom arriba a Amèrica, però creu que són 'les Índies'
- 1520 Hernán Cortés s'adona que allò no és Índia, Japó o Xina
- 1522 Elcano completa la circumnavegació de la Terra

# Bonus track

## La culminació del descobriment d'Amèrica:

- ~1000 Colonització vikinga de Terranova
- 1492 Cristòfol Colom arriba a Amèrica, però creu que són 'les Índies'
- 1520 Hernán Cortés s'adona que allò no és Índia, Japó o Xina
- 1522 Elcano completa la circumnavegació de la Terra
- 1748 Euler anuncia en una carta als *Philosophical transactions* que una expedició dirigida per Vitus Bering ha confirmat que Amèrica està separada de Rússia, i és un continent independent



# Tricentennari

- Leonhard Euler



# Tricentennari

- Leonhard Euler
- Carolus Linnæus



# Tricentennari

- Leonhard Euler
- Carolus Linnæus
- Carlo Goldoni



# Tricentennari

- Leonhard Euler
- Carolus Linnæus
- Carlo Goldoni
- **Georges-Louis Leclerc,  
comte de Buffon**



# Per acabar ...

... un consell:

*“Lisez Euler, lisez Euler, c’est notre maître à tous.”*

(Pierre Simon Laplace)

Trobareu l’obra completa en línia al **Projecte Euler**:

<http://www.math.dartmouth.edu/~euler/>



L'escaló 1707