

Grupo del Area Temática de Matemáticas: Hacia un marco común para los títulos de Matemáticas en Europa

Este documento refleja el consenso unánime del grupo de matemáticas del proyecto, pero dado que el grupo no pretende tener ningún papel representativo, consideramos necesario someterlo a discusión entre la comunidad de matemáticos europeos. Estamos convencidos de que cualquier clase de acción en las direcciones que aquí señalamos solamente será posible y fructífera cuando se haya alcanzado un amplio acuerdo.

Resumen

- Este documento se refiere únicamente a las universidades (incluyendo las politécnicas), y ninguna de nuestras propuestas se aplica a otros tipos de instituciones de educación superior.
- La finalidad de disponer de un «marco común para los títulos de matemáticas en Europa» es la de facilitar un reconocimiento automático, que contribuya a la movilidad.
- La idea de un marco común debe ir ligada a la de un sistema de acreditación.
- Las dos componentes de un marco común son unas estructuras similares (aunque no necesariamente idénticas) y una parte troncal, básica y común, en los contenidos de los dos o tres primeros años del plan de estudios (permitiendo cierto grado de flexibilidad local).
- Más allá de la parte básica y troncal del plan de estudios, y sin duda en todo el segundo ciclo, los planes podrían diverger de

modo significativo. Puesto que hay muchas áreas en matemáticas, y están enlazadas con otros campos del conocimiento, la flexibilidad es de la máxima importancia.

- La base común de todos los planes de estudios incluirá el cálculo en una y varias variables reales y el álgebra lineal.
- Proponemos una amplia lista de otras materias que nuestros graduados deberían conocer para ser inmediatamente reconocidos como matemáticos. No se propone que todos los planes incluyan asignaturas específicas que se dediquen a cada uno de estos temas.
- No presentamos una lista obligatoria de temas que haya que estudiar, pero sí que mencionamos tres destrezas que cualquier graduado en matemáticas debería poseer:
 - (a) la capacidad de idear demostraciones,
 - (b) la capacidad de modelizar matemáticamente una situación,
 - (c) la capacidad de resolver problemas con técnicas matemáticas.
- El primer ciclo normalmente debería incluir el aprendizaje de algo de computación y la adquisición del conocimiento de al menos uno de los más importantes campos de aplicación de las matemáticas.
- Se debería procurar que los segundos ciclos de matemáticas fueran de muy diversa índole. Su característica común debería ser que todos los estudiantes lleven a cabo una apreciable cantidad de trabajo individual. Para conseguir esto, parece necesario un mínimo de 90 créditos ECTS para obtener un título de *Master*.
- Puede ser aceptable que coexistan titulaciones con diversos diseños, pero en el caso de que se den desviaciones significativas del estándar (en lo relativo a los contenidos mínimos o a la estructura cíclica), éstas han de estar fundamentadas en unos requisitos de ingreso adecuados o en otros factores específicos del plan que puedan ser juzgados en la acreditación externa. De otro modo, tales títulos corren el riesgo de no beneficiarse del reconocimiento automático europeo que dará el marco común, aunque puedan constituir títulos válidos de educación superior.

1. Un marco común: lo que significa y lo que no significa

1.1. El único objetivo posible de acordar un «marco común europeo» debería ser el de facilitar un reconocimiento automático de los títulos de matemáticas en Europa para contribuir a la movilidad. Esto significaría que cuando una persona con un título en matemáticas obtenido en un país A se traslada a un país B:

- a) Se le reconocerá oficialmente el título, y para ello las autoridades del país B no le exigirán ninguna otra prueba de su capacidad.
- b) Quienquiera que vaya a contratarle en el país B podrá suponer que el poseedor del título tiene los conocimientos generales que se esperan de alguien con un título en matemáticas.

Naturalmente, ninguna de estas facilidades garantizará la obtención de un empleo: el titulado en matemáticas tendrá que pasar por cualesquiera procedimientos (oposiciones, entrevistas, análisis de su currículum vitae, valoración por parte del empresario de la universidad en la que obtuvo el título,...) que se utilicen en el país B para obtener un empleo, ya sea público o privado.

1.2. Una componente importante del marco común de los títulos europeos de matemáticas es que todos los planes tengan estructuras similares, aunque no necesariamente idénticas. Otra componente es un acuerdo sobre una parte troncal, básica y común del contenido del plan que permita cierto grado de flexibilidad local.

1.3. Queremos insistir en que de ningún modo pensamos que un acuerdo sobre un marco común pueda usarse como un instrumento para los traslados automáticos entre universidades. Los traslados deberán considerarse caso a caso, puesto que diferentes planes de estudios pueden llevar a los estudiantes hasta los mismos niveles de formas diferentes pero todas ellas coherentes, mientras que una mezcla inadecuada de varios planes puede no servir para el mismo fin.

1.4. En muchos países europeos existen instituciones de educación superior que difieren de las universidades tanto en el nivel que exigen a sus estudiantes como en su enfoque general de la enseñanza y el aprendizaje. Para no excluir de la enseñanza superior a un número importante de estudiantes, en la práctica es esencial mantener estas diferencias. Queremos declarar expresamente que **este documento se refiere solamente a las universidades (incluyendo las politécnicas)**, y que cualquier propuesta de un marco común diseñado para las universidades no sería automáticamente aplicable a instituciones de otro tipo.

2. Hacia una troncalidad común

2.1. *Consideraciones generales*

A primera vista, las matemáticas parecen idóneas para la definición de unos contenidos comunes, por ejemplo, para los dos o tres primeros años. Por la naturaleza misma de las matemáticas, y por su estructura

lógica, habrá una parte común a todos los planes de estudios de matemáticas, que constará de las nociones fundamentales. Pero por otra parte, existen muchas áreas de las matemáticas, y muchas de ellas están relacionadas con otros campos del conocimiento (informática, física, ingeniería, economía, etc.). La flexibilidad es de máxima importancia para preservar esta variedad y las interrelaciones que enriquecen nuestra ciencia.

Podría alcanzarse un acuerdo sobre una lista de materias que con toda seguridad deben estar incluidas (álgebra lineal, cálculo/análisis) o que debieran estar incluidas (probabilidad/estadística, cierta familiaridad con la utilización matemática de un ordenador) en cualquier título de matemáticas. En el caso de algunos temas especializados, como física matemática, sin duda habrá variaciones entre países e incluso entre universidades del mismo país, sin que deba deducirse ninguna diferencia de calidad entre los distintos planes de estudios.

Por otra parte, actualmente existen en Europa planes de estudios de matemáticas muy variados, con diferentes requisitos de acceso y con distintas duraciones de las enseñanzas y distintos niveles de exigencia sobre los estudiantes. Es enormemente importante que se mantenga esta variedad, tanto para la eficiencia del sistema educativo como desde el punto de vista social, con objeto de conseguir atender a las demandas del mayor número posible de alumnos potenciales. La fijación de una única definición de los contenidos, las destrezas y los niveles para la totalidad de la educación superior europea excluiría del sistema a muchos estudiantes y, en conjunto, resultaría contraproducente.

De hecho en el grupo hay un acuerdo total acerca de que los planes puedan diverger de modo significativo en lo que sea adicional a la parte troncal básica (por ejemplo en la dirección de la matemática «pura»; o de la probabilidad-estadística aplicada a la economía o a las finanzas; o de la física matemática; o de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria). Lo que hará que esos planes sean reconocibles como planes válidos de matemáticas será su forma de presentación y su nivel de rigor, admitiendo que hay y debe seguir habiendo variantes en la importancia que se dé a cada tema y, hasta cierto punto, en el contenido, incluso dentro de los dos o tres primeros años.

En cuanto al segundo ciclo, no sólo pensamos que los distintos planes pueden diferir, sino que estamos convencidos de que, para reflejar la diversidad de las matemáticas y de sus relaciones con otros campos, se deberían desarrollar en las diferentes instituciones todo tipo de segundos ciclos diferentes en matemáticas, aprovechando en particular los aspectos en los que más destaque cada institución.

2.2. *La necesidad de la acreditación*

La idea de una troncalidad básica debe combinarse con un sistema de acreditación. Con el objetivo de reconocer que un programa dado cumple con los requisitos de la troncalidad, hay que comprobar tres aspectos:

- una lista de contenidos,
- una lista de destrezas o competencias,
- el nivel del dominio de los conceptos.

No es posible reducir estos aspectos a una simple escala.

Para conceder la acreditación a un plan de matemáticas es imprescindible un análisis por parte de un grupo de evaluadores académicos, de los cuales la mayor parte serán matemáticos. Los aspectos clave a ser evaluados deberían ser:

- a. el plan de estudios en su conjunto;
- b. las unidades o asignaturas (tanto en contenido como en nivel);
- c. los requisitos de acceso al plan;
- d. los objetivos del aprendizaje (las destrezas y el nivel alcanzado);
- e. una evaluación cualitativa tanto por los graduados como por quienes les contratan.

El grupo no cree que se necesite un (elaborado) sistema de acreditación europeo, sino que las universidades, buscando el reconocimiento, actuarán a nivel nacional. Para que este reconocimiento tenga valor internacional, parece necesario que entre los evaluadores se incluyan matemáticos de otros países.

3. **Algunos principios para la troncalidad común del primer título (*Bachelor*) en matemáticas**

No creemos que sea necesario, ni siquiera oportuno, fijar una lista detallada de los temas a cubrir. Sin embargo, creemos que es posible dar algunas directrices sobre el contenido común de un «primer título europeo en matemáticas», y, lo que es más importante, sobre las destrezas que todos los titulados deberían poseer.

3.1. *Contenido*

3.1.1. Todos los titulados en matemáticas conocerán y entenderán, y serán capaces de usar, los métodos y las técnicas apropiados a su plan de estudios. La parte común de todos los planes incluirá:

- cálculo en una y varias variables reales.
- álgebra lineal.

3.1.2. Los titulados en matemáticas han de conocer las áreas básicas de las matemáticas, no solo las que históricamente han guiado la actividad matemática, sino también otras de origen más moderno. En consecuencia los titulados normalmente habrán de conocer la mayoría de las siguientes materias, y preferiblemente todas:

- ecuaciones diferenciales a nivel básico,
- funciones de variable compleja a nivel básico,
- algo de probabilidad,
- algo de estadística,
- algo de métodos numéricos,
- geometría de curvas y superficies a nivel básico,
- algunas estructuras algebraicas,
- algo de matemáticas discretas.

No es necesario que estos temas se aprendan en asignaturas o módulos individuales que cubran en profundidad y desde un punto de vista abstracto cada materia. Por ejemplo, un estudiante podría aprender sobre los grupos en un curso de teoría de grupos (abstracta) o en el marco de un curso sobre criptografía. Las ideas geométricas podrían aparecer en varias asignaturas, dado su papel central.

3.1.3. De acuerdo con el carácter y las exigencias del plan de estudios, se desarrollarán otros métodos y otras técnicas, cuyos niveles serán definidos por el propio plan. En cualquier caso, todos los planes incluirán un número importante de asignaturas con contenido matemático.

3.1.4. En la práctica y hablando en términos algo imprecisos, hay dos tipos de estudios de matemáticas que coexisten actualmente en Europa, y ambos tipos de estudios son útiles. Podemos llamarlos, siguiendo [QAA]¹, «basados en la teoría» y «basados en la práctica». La incidencia de cada uno de estos dos tipos de enseñanzas varía ampliamente según el país, y podría ser interesante averiguar si la mayor parte de los estudios universitarios europeos de matemáticas son «basados en la teoría» o no.

¹ El grupo consideró enormemente útil el documento sobre Matemáticas, Estadísticas e Investigación Operativa de la Agencia de Garantía de la Calidad para la Educación Superior del Reino Unido (<http://www.qaa.ac.uk/crntwork/benchmark/phase2/mathematics.pdf>), y mostró un acuerdo unánime con su contenido. Incluso se han utilizado al pie de la letra algunas de sus frases.

Los graduados en planes de estudios basados en la teoría tendrán conocimiento y comprensión de los resultados de varios de los campos más importantes de las matemáticas. Ejemplos de tales campos son el álgebra, el análisis, la geometría, la teoría de números, las ecuaciones diferenciales, la mecánica, la teoría de la probabilidad y la estadística, pero hay otros muchos. Sobre este conocimiento y esta comprensión se apoyarán el conocimiento y la comprensión de los métodos y técnicas matemáticos, otorgándoles un contexto matemático bien fundamentado.

Los graduados en planes de estudios basados en la práctica también tendrán conocimiento de los resultados de varios campos matemáticos, pero este conocimiento normalmente estará diseñado para apoyar la comprensión de modelos y de cómo pueden aplicarse. Además de los mencionados más arriba, estos campos incluyen el análisis numérico, la teoría de control, la investigación operativa, las matemáticas discretas, la teoría de juegos y muchos otros. (Naturalmente estos campos también pueden estudiarse en las enseñanzas más teóricas.)

3.1.5. Es necesario que todos los titulados conozcan al menos una de las más importantes áreas de aplicación de las matemáticas, en la que el uso de las matemáticas sea esencial para entender verdaderamente la materia. La naturaleza y la forma en que se estudia esta área de aplicación puede variar en función de si el plan de estudios está basado en la teoría o en la práctica. Algunas de las posibles áreas de aplicación pueden ser la física, la astronomía, la química, la biología, la ingeniería, la computación, la tecnología de la información y las comunicaciones, la economía, la contabilidad, las ciencias actuariales, las finanzas y muchas otras.

3.2. *Destrezas*

3.2.1. Para un concepto como la integración en una variable, el mismo «contenido» podría significar:

- calcular integrales sencillas;
- comprender la definición de la integral de Riemann;
- conocer las demostraciones de la existencia y de las propiedades de la integral de Riemann para ciertas clases de funciones;
- usar las integrales para modelizar y resolver problemas en diversas ciencias.

Concluimos que por una parte el contenido ha de ser detallado claramente, y que por otra mediante el estudio de una misma materia se desarrollan varias destrezas.

3.2.2. Los estudiantes que se gradúan en matemáticas disponen de una amplia variedad de posibilidades de empleo. Los empresarios valoran en alto grado la capacidad y el rigor intelectual, y las habilidades de razonamiento que estos estudiantes han adquirido, así como sus demostradas capacidades numéricas y el enfoque analítico a la solución de problemas que constituyen sus cualidades más distintivas.

Por tanto, las tres destrezas clave que consideramos que cualquier titulado en matemáticas debería adquirir son:

- (a) la capacidad para idear demostraciones;
- (b) la capacidad para modelizar matemáticamente una situación;
- (c) la capacidad para resolver problemas con técnicas matemáticas.

Hoy en día está claro que resolver un problema debe incluir su resolución numérica y computacional. Para esto se requiere un firme conocimiento de algoritmos y de programación, así como del uso del software actualmente existente.

3.2.3. Conviene resaltar también que estas destrezas y el nivel de las mismas se desarrollan de forma progresiva a través de la práctica de varias materias. No se empiezan los estudios de matemáticas con una asignatura llamada «cómo hacer una demostración» y con otra llamada «cómo modelizar una situación» con la idea de que estas destrezas se adquieran inmediatamente, sino que se desarrollan practicándolas en todas las asignaturas.

3.3. *Nivel*

Todos los graduados habrán desarrollado el conocimiento y la comprensión a un alto nivel en algún área en particular. El nombre de los estudios o del título reflejará su contenido de materias a alto nivel. Por ejemplo, los poseedores de títulos que incluyan «estadística» tendrán un conocimiento y una comprensión sustanciales de la teoría central de la inferencia estadística y de muchas aplicaciones de la estadística. Quienes posean un título en «matemáticas» pueden tener conocimientos de muy distintas partes de las matemáticas, pero en todo caso habrán tratado en profundidad algunos temas.

4. **El segundo título (Master) en matemáticas**

Ya hemos dejado claro nuestro convencimiento de que sería un error establecer cualquier clase de currículum troncal para los estudios

de segundo ciclo. Dada la diversidad de las matemáticas, los diferentes planes deberían dirigirse a una amplia gama de estudiantes, incluyendo muchos cuyo primer título no sea en matemáticas sino en otros campos más o menos relacionados (informática, física, ingeniería, economía, etc.). En consecuencia se debería procurar que los segundos ciclos de matemáticas fueran de muy diversa índole.

Pensamos que el denominador común de todos los segundos ciclos debería residir, más que en el contenido, en el nivel que se espera que los alumnos alcancen. Una característica unificadora podría ser el requisito de que todos los estudiantes de segundo ciclo lleven a cabo una apreciable cantidad de trabajo individual, lo que se podría plasmar en la presentación de un proyecto individual de cierta consideración.

Creemos que, en orden a lograr el nivel necesario para realizar un verdadero trabajo individual en matemáticas, el tiempo requerido para obtener un título de *Master* debería ser al menos el equivalente de 90 créditos ECTS. Por tanto el número de créditos ECTS de un *Master* estará comprendido normalmente entre 90 y 120, dependiendo de cuál sea la duración de cada uno de los dos ciclos en los distintos países.

5. Un marco europeo y la Declaración de Bolonia

5.1. La forma en que los diferentes países implementen la Declaración de Bolonia tendrá trascendencia sobre la troncalidad común. En particular, 3+2 puede no ser equivalente a 5, porque en una estructura de 3+2 años los 3 primeros años podrían conducir a un título profesional, lo que significaría que se invierte menos tiempo en las nociones fundamentales, o podrían conducir a los 2 años siguientes, en cuyo caso el espíritu del plan de estudios de los 3 años sería diferente.

5.2. Si es mejor que los estudios de matemáticas estén formados por un *Bachelor* de 180 créditos ECTS seguidos por un *Master* de 120 créditos ECTS (es decir, una estructura 3+2, en términos de años académicos), o si por el contrario es preferible una estructura 240+90 (es decir, 4+1+proyecto), dependerá de varias circunstancias. Por ejemplo, una estructura 3+2 seguramente facilitará la movilidad entre materias para estudiantes que decidan seguir un *Master* en un área distinta de aquella en la obtuvieron su *Bachelor*.

Un aspecto que no se puede ignorar, al menos en matemáticas, es la formación de los profesores de enseñanza secundaria. En caso de que la cualificación pedagógica haya de obtenerse durante los estudios de primer ciclo, éstos probablemente deberían durar 4 años. Pero si el ser profesor de enseñanza secundaria exige un *Master* (o algún otro

tipo de cualificación postgraduada), entonces un *Bachelor* de 3 años puede ser adecuado, y en este caso la formación pedagógica sería una de las posibles opciones de postgrado (a nivel de *Master* o a otro nivel).

5.3. El grupo no ha intentado resolver las contradicciones que podrían aparecer en el caso de que haya diferentes implementaciones de la Declaración de Bolonia (es decir, si coexisten planes universitarios de tres años con otros de cinco años; o si se establecen diferentes estructuras cíclicas, ya que se han propuesto todos estos esquemas: 3+1, 3+2, 4+1, 4+1+proyecto, 4+2). Como se ha dicho más arriba, podría ser aceptable que coexistan diversos sistemas, pero creemos que si hay grandes alejamientos del estándar (como la estructura 3+1, o el incumplimiento de los principios enunciados en la sección 3) éstos tienen que estar fundamentados en unos requisitos adecuados sobre los niveles de acceso o en otros factores particulares del plan de estudios, que puedan ser juzgados en la acreditación externa. De otro modo, tales títulos corren el riesgo de no beneficiarse del reconocimiento automático europeo que dará el marco común, aunque puedan constituir títulos válidos de educación superior.

Grupo del Area Temática de Matemáticas: Alan Hegarty, Günter Kern, Luc Lemaire, Wolfgang Sander, Poul Hjorth, José Manuel Bayod, Adolfo Quiros, Hans-Olav Tylli, Ollio Martio, Martine Bellec, Jean Philippe Labrousse, Marc Diener, Panayiotis Vassiliou, Andrea Milani, Frans J. Keune, Antonio Guedes de Oliveira, Rosario Pinto, Georg Lindgren and Julian Padget.

Preparado por Adolfo Quiros.

Grupo del Area Temática de Física

SECCIÓN 1. La Evaluación de los Académicos sobre las Competencias Específicas

1. *Introducción general*

Según nuestros datos, este documento es el primer intento dirigido hacia la identificación, a nivel de la UE, de las competencias específicas adecuadas para los títulos de física en un programa de dos ciclos (los ciclos Ba y Ma según la terminología vigente del Proceso de Bolonia). El presente informe trata sobre las *competencias*, más que sobre las *habilidades*¹. Una *Habilidad* es la capacidad de llevar a cabo una tarea bien definida. Una *Competencia* es un concepto más amplio, a un nivel superior al de las habilidades: es la capacidad de llevar a cabo una tarea más amplia, para la que se precisan unos conocimientos (por ejemplo, competencia de investigación, capacidad para organizar una reunión,...). Dentro de este contexto destacamos que la habilidad de *Resolución de Problemas*, incluso aunque se encuentre listada en los cuestionarios de las consultas del proyecto Tuning entre las habilidades genéricas es una competencia *específica* muy importante en el campo de la Física. La *Resolución de problemas* se encuentra aquí intrínsecamente vinculada a la capacidad de *hacer referencia a los principios básicos* de las teorías y experimentos físicos y a la capacidad de *utilizar las matemáticas de una forma relacionada con el mundo real*.

¹ Obsérvese, no obstante, que en el propio formulario del cuestionario utilizado en la presente consulta, la distinción entre los dos términos no era clara y, por lo tanto, a menudo son equivalentes. Los conceptos implicados se han aclarado posteriormente en el Glosario Tuning (ver el *Documento de la Conferencia de Clausura*).